

Fisica nucleare

Flaviano Morone

FLAVIANOMORONE-FISICANUCLEARE

FLAVIANO MORONE - FISICA NUCLEARE

Contents

1	Sezione d'urto	5
1.1	Coefficiente di assorbimento	7
1.2	Luminosità e sezione d'urto per esperimenti con fasci incrociati	7
1.3	Sezione d'urto differenziale	9
2	Passaggio della radiazione nella materia	13
2.1	Formula di Bohr	13
2.2	Formula di Bethe-Bloch	16
2.3	Effetto Cherenkov	18
2.4	Perdite di energia per elettroni	19
3	interazione di fotoni con la materia	21
3.1	Effetto fotoelettrico	21
3.2	Effetto Compton	22
3.3	Produzione di coppie	24
3.4	Sciami elettromagnetici	24
3.5	Sciami adronici	25
4	Rivelatori di particelle	27
4.1	Rivelatori di traccia	27
4.2	Spettrometri magnetici	28
4.3	Calorimetro elettromagnetico	28
5	Interazioni	31
5.1	Interazione elettromagnetica	31
5.1.1	Regole dei diagrammi	34
5.2	Range delle interazioni forti e ipotesi di Yukawa	35
5.3	Evidenza dello scambio di mesoni carichi	37
5.4	Propagatore per il potenziale di Yukawa	38
5.5	Propagatore delle interazioni deboli	39

5.6	Leggi di decadimento di nuclei e particelle instabili	39
5.7	Formula di Breit-Wigner	41
6	Invarianza e simmetrie	43
6.1	Parità	44
6.1.1	Parità intrinseca	45
6.1.2	Parità dei fermioni	45
6.1.3	Parità dei fotoni	45
6.1.4	Parità dei pioni	46
6.2	Simmetrie C, T	46
6.3	Esperimento del ^{60}Co : violazione della parità nei decadimenti β dei nuclei	47
6.4	Isospin	48
6.5	Risonanze adroniche	49
6.6	Modello a quark - simmetria $SU(3)$	50
7	Acceleratori di particelle	53
7.1	Ciclotrone	53
7.2	Sincrotrone	54
7.3	Neutrini	54
7.4	Teoria di Fermi	55
8	Disintegrazione di mesoni negativi (π^-)	57
8.1	Esperimento di Conversi, Pancini, Piccioni	57
8.1.1	Metodo delle coincidenze ritardate	58

Chapter 1

Sezione d'urto

Se un oggetto è privo di struttura interna si deve comportare come un punto materiale, nel senso che non può assorbire energia esterna trasformandola in energia interna. Tutta l'energia trasferita dall'esterno si deve ritrovare come energia cinetica del punto materiale.

Sei il sistema ha gradi di libertà interni, parte dell'energia trasferita può eccitare questi gradi di libertà, per cui l'energia cinetica associata al modo del baricentro del sistema non dà conto di tutta l'energia trasferita.

La sezione d'urto è una misura della probabilità che una certa reazione abbia luogo. Nel caso di un esperimento di diffusione possiamo considerare che nell'unità di tempo un certo numero di particelle del fascio raggiunga la superficie del bersaglio e possa interagire con le particelle del bersaglio per tutto lo spessore di quest'ultimo. Supponiamo di poter misurare sperimentalmente il numero di reazioni che avvengono nell'unità di tempo $\frac{dN_r}{dt}$ e assumiamo che:

1. una particella del fascio possa interagire con una sola particella del bersaglio (assenza di **interazioni multiple** della stessa particella);
2. **non ci sono effetti di coerenza**, cioè la probabilità di interazione tra proiettile e bersaglio non sia influenzata dalla vicinanza di altre particelle del fascio del bersaglio.

Allora il numero di reazioni per unità di tempo sarà proporzionale al numero di particelle del fascio che arrivano nell'unità di tempo $\frac{dN_f}{dt}$, alla densità n_b delle particelle bersaglio e alla lunghezza d del

bersaglio ($n_b d$ è proprio il numero di bersagli per unità di superficie):

$$\boxed{\frac{dN_r}{dt} = \sigma_r \frac{dN_f}{dt} n_b d}, \quad (1.1)$$

dove σ_r è la sezione d'urto della **reazione**.

σ_r dipende dalle proprietà delle particelle del fascio e del bersaglio e dall'intensità della loro interazione. Indicando con T la durata dell'esperimento possiamo scrivere:

$$\sigma_r = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{N_r}{N_f} \frac{1}{n_b d}. \quad (1.2)$$

Se immaginiamo che le particelle siano uniformemente distribuite su una sezione S possiamo definire il flusso:

$$\Phi = \frac{dN_f}{dt} \frac{1}{S}, \quad (1.3)$$

cosicché

$$\frac{dN_r}{dt} = \sigma_r \frac{dN_f}{dt} \frac{1}{S} S n_b d = \sigma_r \Phi N_b, \quad (1.4)$$

dove $N_b = S n_b d$ è il numero totale di bersagli illuminato dalla sezione del fascio incidente. Possiamo anche scrivere:

$$\frac{dN_r}{dN_f} = \frac{\sigma_r N_b}{S}, \quad (1.5)$$

dove $\frac{dN_r}{dN_f}$ è la probabilità che una particella ha di interagire.

Se associamo ad ogni particella del bersaglio una superficie efficace σ_r , allora $\sigma_r N_b$ è la superficie efficace totale del bersaglio e quindi

$$\frac{\sigma_r N_b}{S} = \frac{S_{\text{eff}}}{S} \quad (1.6)$$

è il rapporto tra la superficie efficace totale di tutte le particelle bersaglio e la superficie del fascio e può essere interpretato come la probabilità che una singola particella puntiforme, incidente su una superficie S del bersaglio, ha di colpire la superficie efficace totale data da $\sigma_r N_b$.

- La sezione d'urto non è legata alle dimensioni fisiche delle particelle coinvolte, infatti si hanno sezioni d'urto finite anche per particelle puntiformi (e.g. diffusione di neutrino su elettrone). Inoltre, non è legata al range dell'interazione, ma è una misura dell'intensità della reazione. Non è una proprietà del bersaglio, ma è una proprietà dell'interazione tra proiettile e bersaglio e per uno stesso bersaglio può cambiare utilizzando proiettili diversi o al variare delle proprietà cinematiche (energia) di uno stesso proiettile.

1.1 Coefficiente di assorbimento

La probabilità che la particella ha di interagire attraversando un tratto dx del bersaglio è data da:

$$P_{\text{int}} = \frac{\sigma_r n_b S dx}{S} = \mu dx , \quad (1.7)$$

dove $\mu = \sigma_r n_b$ è il coefficiente di assorbimento.

La variazione del flusso dopo un tratto dx sarà data quindi da

$$d\Phi = -\Phi P_{\text{int}} = -\Phi \mu dx \rightarrow \frac{d\Phi}{dx} = -\Phi \mu \rightarrow \Phi(x) = \Phi_0 e^{-\mu x} = \Phi_0 e^{-x/\lambda} , \quad (1.8)$$

dove $\lambda = 1/\mu$ è la lunghezza di attenuazione.

La probabilità che una particella interagisca fra x e $x + dx$ sarà data dal numero di particelle del fascio incidente che interagisce fra x e $x + dx$ e il numero totale di particelle incidenti:

$$\left(-\frac{d\Phi}{dx} \right) \frac{1}{\Phi_0} = \mu e^{-\mu x} . \quad (1.9)$$

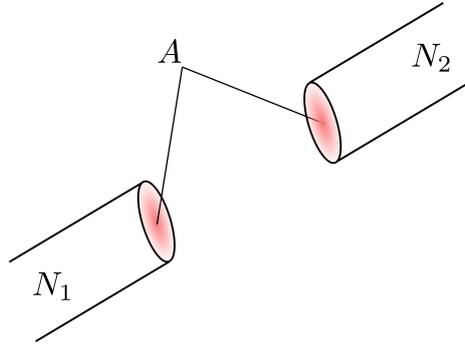
Il cammino libero medio si ottiene pesando ogni cammino x con la probabilità che la particella interagisca tra x e $x + dx$:

$$\langle x \rangle = \int_0^{\infty} x \mu e^{-\mu x} = \frac{1}{\mu} = \lambda . \quad (1.10)$$

1.2 Luminosità e sezione d'urto per esperimenti con fasci incrociati

$$\begin{aligned} \frac{dN_r}{dt} &= \sigma_r \frac{dN_f}{dt} n_b d = \sigma_r \mathcal{L} , \\ \mathcal{L} &= \frac{dN_f}{dt} n_b d \quad \text{luminosità} , \\ \mathcal{L} &= \Phi N_b . \end{aligned} \quad (1.11)$$

Gli esperimenti a fasci incrociati producono una luminosità molto minore degli esperimenti di diffusione su bersaglio fisso, ma sono più vantaggiosi dal punto di vista dell'energia disponibile nel centro di massa. Supponiamo che i fasci incrociati siano composti da N_1 e N_2 particelle e che questi fasci si incrocino nella zona di interazione con una frequenza f_i . Fissata la sezione d'urto σ_r , il numero di



reazioni osservate nell'unità di tempo, e quindi \mathcal{L} , sarà proporzionale al prodotto $N_1 N_2$ per la frequenza f_i :

$$\mathcal{L} = \frac{N_1 N_2}{A} f_i, \quad (1.12)$$

dove A ha le dimensioni di una superficie e risulta tanto più piccola (dando luogo ad una luminosità più grande) quanto più piccole saranno le dimensioni trasversali medie dei fasci. Se, ad esempio, i pacchetti sono cilindretti di sezione A all'interno dei quali le particelle sono uniformemente distribuite, considerando il secondo pacchetto come il bersaglio, il flusso di particelle del primo pacchetto è dato da

$$\Phi = \frac{N_1}{A} f_i, \quad (1.13)$$

e quindi

$$\mathcal{L} = \Phi N_2, \quad (1.14)$$

come nel caso di particelle su bersaglio fisso.

Nel primo caso (bersaglio fisso): $N_2 \sim N_A$, mentre nel secondo caso per avere luminosità sufficienti i fasci devono essere focalizzati nella zona d'interazione in modo da ridurre la sezione equivalente A . Per la sezione d'urto avremo

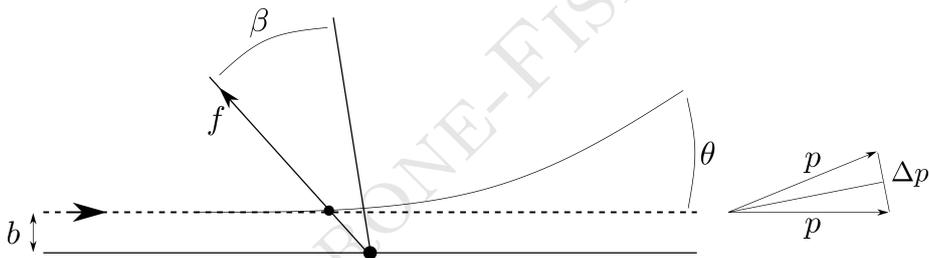
$$\sigma_r = \frac{1}{\mathcal{L}} \frac{dN_r}{dt} = \frac{dN_r/dt}{N_1 N_2 f} A, \quad (1.15)$$

dove $N_r = \sigma_r \int_T \mathcal{L} dt$, e $\frac{dN_r/dt}{N_1 N_2 f}$ è la probabilità della reazione come rapporto tra numero di reazioni per unità di tempo e numero di incroci per unità di tempo tra coppie di particelle dei due fasci $N_1 N_2 f$ (in linea di principio ogni particella del primo pacchetto può interagire con ciascuna particella del secondo).

1.3 Sezione d'urto differenziale

Consideriamo l'interazione di una particella di massa m e carica ze con un nucleo di M e carica Ze sotto le seguenti ipotesi:

- velocità del proiettile piccola rispetto alla velocità della luce;
- diffusione elastica: si conserva l'energia cinetica;
- la massa del nucleo è grande rispetto a quella del proiettile, per cui nell'urto il nucleo assorbe impulso ma non energia e quindi l'impulso del proiettile cambia in direzione ma non in modulo;
- l'interazione è dovuta alla forza di Coulomb $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Zze^2}{r^2}$;
- l'energia del sistema è positiva per cui il proiettile descrive un'orbita **iperbolica**.



Per la conservazione del modulo dell'impulso si ha che

$$\Delta p = 2p \sin \theta/2 . \quad (1.16)$$

D'altra parte Δp può essere messo in relazione con la forza che si esercita tra proiettile e bersaglio tramite il teorema dell'impulso:

$$\Delta p = \int_{-\infty}^{\infty} f dt = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Zze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos \beta dt , \quad (1.17)$$

dove β è l'angolo fra il vettore \vec{r} che va dal bersaglio al proiettile e la bisettrice dell'angolo $\pi - \theta$.

$f \cos \beta$ è la componente di f nella direzione della bisettrice; la componente ortogonale a questa è nulla per simmetria, cioè la variazione dell'impulso per β positivi e negativi si compensa per simmetria.

Il modulo del momento angolare è dato da $L = pb$ (il momento angolare si conserva essendo la forza centrale). D'altra parte

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v} = m\vec{r} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = m\vec{r} \times \left(\frac{dr}{dt} \hat{r} + r \frac{d\hat{r}}{dt} \right) = m\vec{r} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}), \quad (1.18)$$

per cui

$$|\vec{L}| = m|\vec{r} \times \vec{\omega} \times \vec{r}| = mr^2\omega = mr^2 \frac{d\beta}{dt}, \quad (1.19)$$

cosicché

$$pb = mr^2 \frac{d\beta}{dt} \rightarrow dt = \frac{mr^2}{pb} d\beta, \quad (1.20)$$

e quindi

$$\Delta p = \int_{-(\pi-\theta)/2}^{(\pi-\theta)/2} \frac{Zze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{mr^2}{pb} \cos \beta d\beta = \frac{Zze^2 m}{4\pi\epsilon_0 pb} 2 \cos \frac{\theta}{2} = 2p \sin \frac{\theta}{2}, \quad (1.21)$$

da cui

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{Zze^2 m}{4\pi\epsilon_0 bp^2}. \quad (1.22)$$

In particolare, per $b = 0 \rightarrow \theta = \pi$, cioè il proiettile torna indietro.

Differenziando e tenendo presente che $d\left(\frac{1}{f(x)}\right) = -\frac{1}{f(x)^2} f'(x) dx$ si ottiene

$$db = -\frac{Zze^2 m}{4\pi\epsilon_0 p^2} \frac{1}{2 \sin^2(\theta/2)} d\theta. \quad (1.23)$$

Da questa relazione si ricava la sezione d'urto differenziale. Infatti

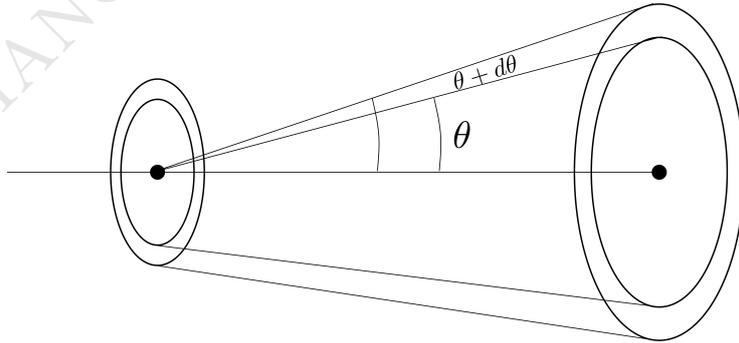


Figure 1.1: La superficie della corona circolare $2\pi b db$ può essere vista come la sezione d'urto geometrica efficace del bersaglio per le diffusioni a questi angoli.

le particelle che hanno parametro d'urto compreso fra b e $b + db$ vengono deflesse ad angolo θ e $\theta + d\theta$:

$$d\sigma = 2\pi b db = 2\pi \left(\frac{Zze^2 m}{4\pi\epsilon_0 p^2} \right)^2 \frac{1}{2 \sin^2(\theta/2)} \frac{\cos(\theta/2)}{\sin(\theta/2)} d\theta . \quad (1.24)$$

Introducendo l'angolo solido $d\Omega = 2\pi \sin \theta d\theta$ otteniamo

$$\boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Zze^2 m}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{1}{4p^4} \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}} , \quad (1.25)$$

che è la sezione d'urto di **Rutherford**. In termini di impulso trasferito al bersaglio la sezione d'urto va come $\frac{1}{\Delta p^4}$ (maggiore è l'energia della particella minore è la probabilità d'interazione $P \sim 1/E^2$).

FLAVIANO MORONE - FISICA NUCLEARE

Chapter 2

Passaggio della radiazione nella materia

La rivelazione delle particelle avviene raccogliendo un segnale variamente associato al rilascio di energia nei processi di eccitazione o ionizzazione.

2.1 Formula di Bohr

Nella derivazione della formula di Rutherford abbiamo assunto che il nucleo non sia in grado di assorbire energia (avendo massa molto maggiore del proiettile). In questo modo abbiamo trascurato la possibilità di trasferire energia agli elettroni degli atomi o delle molecole del mezzo. Il calcolo di questa energia può essere fatto con una trattazione classica per mezzo di una formula ricavata da Bohr.

Se la particella di massa $m \gg m_e$ e carica ze viaggia con velocità v , nel suo sistema di riferimento vedrà gli elettroni del mezzo avanzare con velocità $-v$ (assumiamo che gli elettroni si muovano con velocità trascurabile rispetto a v cosicché possano essere considerati praticamente fermi).

Se consideriamo un elettrone a distanza b dalla traiettoria della particella incidente, la componente dell'impulso ad esso trasferito sarà

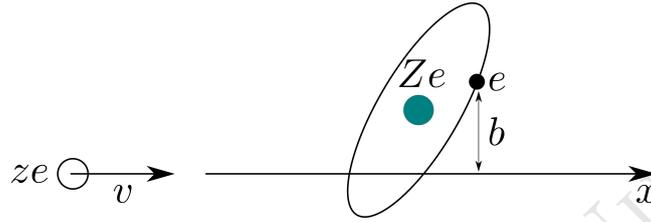
$$\vec{p}_e = \int e\vec{E} dt , \quad (2.1)$$

dove \vec{E} è il campo elettrico. La componente longitudinale si annulla

per simmetria, mentre la componente trasversa è data da

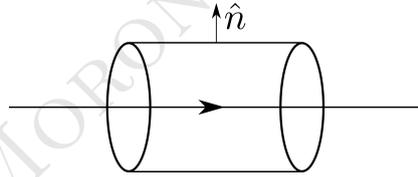
$$p_e = \int eE_{\perp} dt = \frac{e}{v} \int E_{\perp} dx, \quad (2.2)$$

(ed è la stessa nel sistema di riferimento della particella e del laboratorio).



L'integrale si calcola col teorema di Gauss immaginando una superficie cilindrica di raggio b e di lunghezza infinita intorno alla traiettoria della particella:

$$\phi(\vec{E}) = \int \vec{E} \cdot \hat{n} dS = 2\pi b \int E_{\perp} dx = \frac{Ze}{\epsilon_0}, \quad (2.3)$$



per cui

$$p_e = \frac{e ze}{v \epsilon_0} \frac{1}{2\pi b} = \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0 b^2} \frac{2b}{v}, \quad (2.4)$$

come se l'impulso trasferito fosse dovuto ad una forza costante $\frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0 b^2}$ che agisce per un tempo $\frac{2b}{v}$ detto **tempo d'urto**. Quindi l'energia trasferita all'elettrone è

$$T_e = \frac{p_e^2}{2m} = \left(\frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0 b} \right)^2 \frac{2}{m_e v^2}. \quad (2.5)$$

Introducendo il raggio classico dell'elettrone

$$r_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e e^2}, \quad (2.6)$$

e

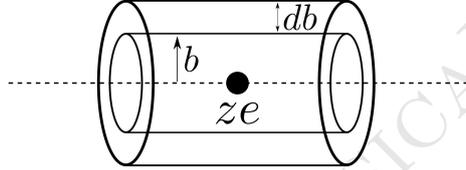
$$\beta = \frac{v}{c}, \quad (2.7)$$

si ottiene

$$T_e = 2r_e^2 m_e c^2 \frac{z^2}{b^2 \beta^2} \rightarrow b^2 = 2r_e^2 m_e c^2 \frac{z^2}{\beta^2 T_e}. \quad (2.8)$$

La probabilità per unità di percorso dw che la particella subisca una collisione con parametro compreso fra b e $b + db$ sarà

$$dw = 2\pi b db n_e. \quad (2.9)$$



Abbiamo quindi

$$|2b db| = \left| 2r_e^2 m_e c^2 \frac{z^2}{\beta^2} \frac{dT_e}{T_e^2} \right|, \quad (2.10)$$

e dunque

$$\boxed{\frac{dw}{dT_e} = 2\pi n_e r_e^2 m_e c^2 \frac{z^2}{\beta^2} \frac{1}{T_e^2}}, \quad (2.11)$$

da cui si vede che le collisioni con trasferimento di energia T_e elevato sono **rare**.

Per avere l'energia totale persa dalla particella in un tratto dx per urti con elettroni a distanze fra b e $b + db$ moltiplichiamo la perdita dovuta ad un solo elettrone per $2\pi b db dx n_e$ (n_e è il numero di elettroni per unità di volume del materiale):

$$\frac{d^2 E}{dx db} = -4\pi r_e^2 m_e c^2 \frac{z^2}{\beta^2} \frac{1}{b} n_e, \quad (2.12)$$

che integrata tra una distanza b_{\min} e b_{\max} dà:

$$-\frac{dE}{dx} = 4\pi r_e^2 m_e c^2 \frac{z^2}{\beta^2} \left(\ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}} \right) n_e. \quad (2.13)$$

Per stimare b_{\min} e b_{\max} diciamo che

1. Il tempo di rivoluzione dell'elettrone $\gamma\tau_e = \gamma/\omega_e$ deve essere grande rispetto al tempo d'urto $2b/v$, per cui al limite

$$\frac{b_{\max}}{v} \sim \frac{\gamma}{\omega_e} \rightarrow b_{\max} \sim \frac{v\gamma}{\omega_e} = \frac{\beta c\gamma}{\omega_e}, \quad (2.14)$$

dove $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$.

2. Se l'impulso trasferito è p_e (cioè l'impulso dell'elettrone varia di una quantità p_e) allora per il principio di indeterminazione la posizione non può essere determinata meglio di \hbar/p_e , da cui

$$b_{\min} = \frac{\hbar}{p_e} = \frac{\hbar}{m_e c \beta \gamma}. \quad (2.15)$$

Otteniamo dunque

$$\boxed{-\frac{dE}{dx} = 4\pi r_e^2 m_e c^2 \frac{z^2}{\beta^2} n_e \ln \frac{m_e \beta^2 c^2 \gamma^2}{\hbar \omega_e}}, \quad (2.16)$$

che è la formula classica di Bohr (qui non consideriamo l'energia trasferita al nucleo).

2.2 Formula di Bethe-Bloch

Un calcolo più preciso delle perdite di energie per ionizzazione che tiene conto degli effetti quantistici, valido per particelle (pesanti) che non siano elettroni (per i quali occorre considerare anche gli effetti quantistici legati all'identità delle 2 particelle proiettile-bersaglio) è

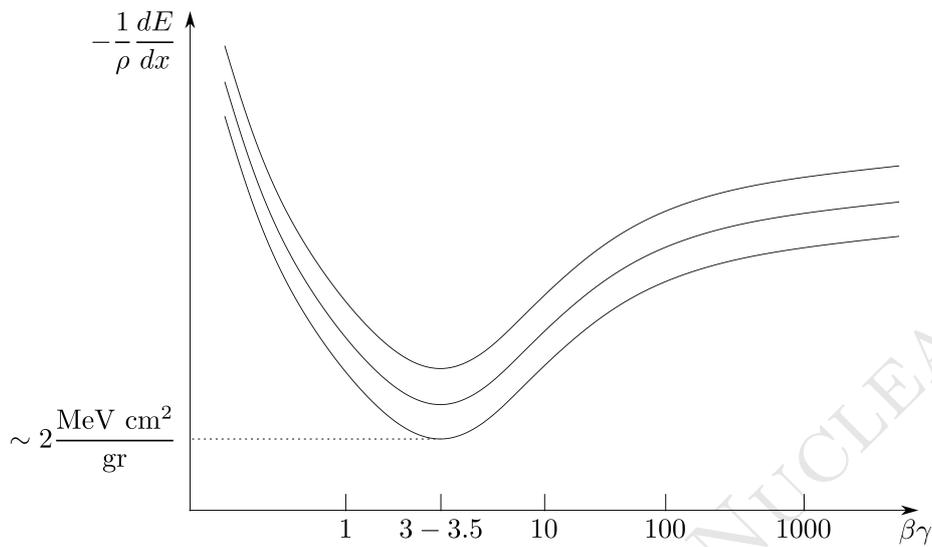
$$-\frac{dE}{dx} = 4\pi r_e^2 m_e c^2 \frac{z^2}{\beta^2} n_e \left(\ln \frac{2m_e \beta^2 c^2 \gamma^2}{I} - \beta^2 - \frac{\delta(\gamma)}{2} \right), \quad (2.17)$$

dove I è il potenziale medio di ionizzazione del sistema atomico, e n_e può essere calcolato come:

$$n_e = \frac{Z\rho N_A}{A}, \quad (2.18)$$

dove Z è il numero atomico, A il peso atomico (massa molare) e ρ la densità del materiale assorbente; N_A è il numero di Avogadro. Le unità di misura sono tali che $\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx}$ si misura in

$$\left[\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} \right] = \frac{\text{MeV cm}^2}{\text{g}}. \quad (2.19)$$



La funzione $\delta(\gamma)$ è una correzione di densità che tende a limitare, per alti valori di γ la crescita logaritmica delle perdite.

1. Trascurando la dipendenza logaritmica da I , la perdita di energia per ionizzazione espressa in termini dello spessore di massa ρdx dipende da $\frac{Z}{A}$ che in prima approssimazione vale $\frac{1}{2}$ per tutti i materiali, quindi la **perdita di energia per spessore di massa è indipendente dal materiale**.
2. Per piccoli β va come $\frac{1}{\beta^2}$, passa per un minimo e poi risale in maniera logaritmica (**risalita relativistica**) e grazie al termine $\delta(\gamma)$ tende ad un valore pressoché **costante**.
3. Il $\beta\gamma$ corrispondente al minimo dipende debolmente dai vari materiali tramite I e varia (per elementi non eccessivamente leggeri tra 3 e 3.5 passando da $Z = 7$ a $Z = 100$). La perdita al minimo vale circa $\frac{2\text{MeV cm}^2}{\text{gr}}$. Le particelle al minimo sono dette **minimum ionizing particle (MIP)**.
4. La perdita di energia è proporzionale al quadrato della carica, quindi per particelle α ($Z = 2$) sarà 4 volte quella di un protone.
5. La massa della particella incidente entra nella formula solo tramite il parametro $\beta\gamma$, per cui espressa in termini di questo è universale (con l'eccezione degli elettroni).

- **Percorso residuo.** Si definisce percorso residuo (**range** il cammino che una particella può compiere prima di perdere tutta la sua energia cinetica:

$$R(E) = \int dx = \int_0^E \frac{dE}{\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{ion}}} , \quad (2.20)$$

che ha senso fisico solo per energie al di sotto delle quali le particelle incidenti non siano soggette ad altre interazioni.

- **Diffusione coulombiana multipla.** I nuclei non contribuiscono alle perdite per ionizzazione. La loro interazione con la particella la fa deviare di un angolo θ secondo la sezione d'urto di Rutherford. Oltre a perdere energia per ionizzazione, attraversando uno spessore finito di materiale la particella subirà un gran numero di deflessioni per urti **elastici** con i nuclei cambiando la propria direzione (**diffusione multipla**). La distribuzione dell'angolo di diffusione sarà una gaussiana centrata in zero con varianza:

$$\langle \theta^2 \rangle = \frac{\int \theta^2 \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega}{\int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega} . \quad (2.21)$$

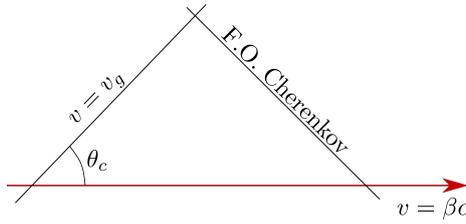
L'angolo medio di diffusione (definito come radice quadrata della varianza) sarà

$$\bar{\theta} = \sqrt{\langle \theta^2 \rangle} \sim \sqrt{\frac{x}{x_0}} , \quad (2.22)$$

dove x_0 è la lunghezza di radiazione.

2.3 Effetto Cherenkov

Una particella carica che viaggia in un mezzo con una velocità maggiore della velocità della luce in quel mezzo emette radiazione luminosa detta **effetto Cherenkov**. Il motivo di tale emissione può essere ricondotto agli effetti di polarizzazione e depolarizzazione del mezzo, associati al passaggio della carica. Questi moti di carica intorno ad ogni punto toccato dalla carica in movimento generano una serie di onde sferiche che viaggiano (in un mezzo non dispersivo) con una velocità di gruppo $v_g = c/n$ ($n > 1$) il cui involucro costituisce un fronte d'onda **conico**. L'angolo di emissione di luce Cherenkov



è

$$\beta_c \cos \theta_c = v_g = \frac{c}{n} \rightarrow \cos \theta_c = \frac{1}{\beta n} . \quad (2.23)$$

Quindi l'effetto Cherenkov ha una soglia data da

$$\beta_s = \frac{1}{n} , \quad (2.24)$$

e permette di selezionare particelle sopra tale soglia. In un fascio di particelle selezionato in impulso, l'effetto Cherenkov permette di selezionare particelle in base alla loro massa. Infatti si ha

$$p_s = mc\beta_s\gamma_s = mc\beta_s \frac{1}{\sqrt{1-\beta_s^2}} = mc \frac{1}{n} \frac{n}{\sqrt{n^2-1}} = mc \frac{1}{\sqrt{n^2-1}} , \quad (2.25)$$

per cui, dato l'impulso p , la condizione per l'emissione di luce Cherenkov è

$$p > p_s \rightarrow p > mc \frac{1}{\sqrt{n^2-1}} \rightarrow pc > mc^2 \frac{1}{\sqrt{n^2-1}} , \quad (2.26)$$

ovverosia

$$m < \frac{p}{c} \sqrt{n^2-1} . \quad (2.27)$$

2.4 Perdite di energia per elettroni

Nel caso degli elettroni la Bethe-Bloch deve essere modificata per tener conto dell'identità tra proiettile e bersaglio. C'è però un effetto più importante e cioè quello per cui per effetto degli **urti elastici** col nucleo, l'accelerazione che una particella carica subisce nel momento della deflessione provoca l'emissione di radiazione elettromagnetica. A parità di forza coulombiana, l'accelerazione sarà tanto maggiore quanto minore sarà la massa della particella, per cui la perdita di energia per irraggiamento sarà molto maggiore per elettroni che per

altre particelle. La perdita di energia per irraggiamento può essere espressa come

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{irrag}} \sim \frac{E}{x_0} \quad (\text{solo ad alte energie}), \quad (2.28)$$

dove x_0 dipende da Z , ρ e A :

$$x_0 \sim \frac{A}{Z^2 \rho N_A} \sim \frac{1}{Z} \frac{1}{n_e}. \quad (2.29)$$

Questo contributo va a sommarsi a quello dovuto alla **ionizzazione**. Il contributo dovuto alla perdite radiative degli elettroni è lineare in E e quindi per un certo valore di E tenderà ad essere uguale e a superare le perdite per ionizzazione. Il valore di E per il quale i due contributi sono uguali è detto energia critica ϵ_c . Si può anche dire che l'energia critica rappresenta l'energia per la quale la perdita per radiazione per lunghezza di radiazione eguaglia l'energia dell'elettrone

$$\epsilon_c \sim \frac{600}{Z} \text{ MeV}, \quad (2.30)$$

e varia dalle decine alle centinaia di MeV per le diverse sostanze.

Nell'espressione della perdita di energia per emissione di radiazione compare x_0 che compare anche nello scattering multiplo. Infatti in entrambi i processi l'origine è la stessa: la diffusione nel campo coulombiano del nucleo. Integrando si ha

$$E = E_0 e^{-x/x_0}, \quad (2.31)$$

che dà la definizione stessa di lunghezza di radiazione come quella distanza per la quale l'energia dell'elettrone si riduce di un fattore $1/e$ rispetto al suo valore iniziale per le sole perdite per radiazione. L'angolo medio di emissione è

$$\langle \theta \rangle \sim \frac{m_e c^2}{E_0}, \quad (2.32)$$

che è indipendente dall'energia del fotone emesso.

Chapter 3

interazione di fotoni con la materia

Anche nelle interazioni di fotoni con la materia si devono distinguere le interazioni con gli elettroni da quelle con i nuclei.

- Interazione con elettroni –
 - fotone può essere assorbito dall'elettrone e scomparire liberando un elettrone (**effetto fotoelettrico**);
 - fotone può cedere parte dell'energia all'elettrone (**effetto Compton**).
- Interazioni con nuclei – fotone nel campo del nucleo può materializzarsi in una coppia elettrone-positrone (**produzione di coppie**).

3.1 Effetto fotoelettrico

L'effetto fotoelettrico può essere interpretato come una reazione



L'assorbimento del fotone richiede comunque la presenza del nucleo: la reazione



non può avvenire, poiché la massa invariante dello stato iniziale è maggiore di quella dello stato finale (che coincide con la massa dell'elettrone). Il nucleo assorbe impulso e non energia. Tutta l'energia del fotone è trasferita all'elettrone. L'impulso assorbito dal nucleo è tanto maggiore quanto maggiore è l'energia del fotone,

quindi la probabilità dell'effetto fotoelettrico diminuisce al crescere dell'energia del fotone. L'effetto fotoelettrico richiede che l'energia del fotone sia maggiore dell'energia di legame dell'elettrone. Sopra la soglia e per energie $E_\gamma \ll m_e c^2$ dove l'effetto fotoelettrico è dominante, la sezione d'urto è

$$\sigma_{\text{photo}} \propto \frac{Z^5}{E_\gamma^3}, \quad (3.3)$$

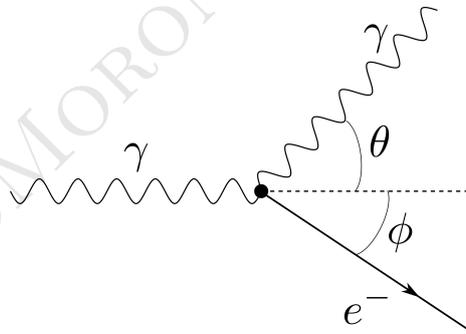
e dipende fortemente dal numero atomico del materiale.

3.2 Effetto Compton

Per energie molto maggiori dell'energia di legame, gli elettroni si possono considerare liberi e possono interagire con i fotoni tramite il processo

$$\gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^- \quad \text{effetto Compton}. \quad (3.4)$$

L'elettrone assorbe parte dell'energia del fotone che varia così la sua frequenza. Ricaviamo la relazione tra energia ed angolo del fotone diffuso. La conservazione dell'impulso longitudinale e trasverso



richiede che

$$\begin{aligned} \frac{h\nu}{c} &= \frac{h\nu'}{c} \cos \theta + p \cos \phi, \\ 0 &= \frac{h\nu'}{c} \sin \theta - p \sin \phi. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Quindi

$$\begin{aligned} p \cos \phi &= \frac{h\nu}{c} - \frac{h\nu'}{c} \cos \theta, \\ p \sin \phi &= \frac{h\nu'}{c} \sin \theta, \end{aligned} \quad (3.6)$$

da cui otteniamo

$$p^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2h^2\frac{\nu\nu'}{c^2} \cos\theta, \quad (3.7)$$

cioè

$$(pc)^2 = (h\nu)^2 + (h\nu')^2 - 2h^2\nu\nu' \cos\theta. \quad (3.8)$$

Se $T = h(\nu - \nu')$ è l'energia trasferita all'elettrone, poiché $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$ troviamo

$$\begin{aligned} (T + mc^2)^2 &= p^2c^2 + m^2c^4, \\ T^2 + 2mc^2T &= p^2c^2, \end{aligned} \quad (3.9)$$

quindi

$$\begin{aligned} (pc)^2 &= (h\nu)^2 + (h\nu')^2 - 2h^2\nu\nu' + 2mc^2h(\nu - \nu'), \\ \rightarrow (h\nu)^2 + (h\nu')^2 - 2h^2\nu\nu' \cos\theta &= (h\nu)^2 + (h\nu')^2 - 2h^2\nu\nu' + 2mc^2h(\nu - \nu'), \\ h\nu - h\nu' &= \frac{2h^2\nu\nu'}{2mc^2}(1 - \cos\theta) = \frac{h^2\nu\nu'}{mc^2}(1 - \cos\theta), \\ \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda'} &= \frac{h^2}{m} \frac{1}{\lambda\lambda'}(1 - \cos\theta), \end{aligned} \quad (3.10)$$

e dunque

$$\boxed{\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta)}, \quad (3.11)$$

che esprime la variazione della lunghezza d'onda del fotone in funzione dell'angolo di diffusione. La variazione $\Delta\lambda$ è indipendente dall'energia del fotone e dipende invece dalla quantità:

$$\lambda_c = \frac{h}{mc} \text{ sim } 10^{-12}\text{m}, \quad (3.12)$$

chiamata lunghezza d'onda Compton dell'elettrone.

Dal punto di vista del fotone la formula si può interpretare dicendo che per subire una variazione significativa di lunghezza d'onda, il fotone deve avere una lunghezza d'onda dell'ordine di λ_c e cioè un'energia

$$h\nu_c = \frac{hc}{\lambda_c} = \frac{h_c}{h}mc = mc^2 \quad (3.13)$$

almeno pari all'energia dell'elettrone.

3.3 Produzione di coppie

Quando l'energia del fotone $E_\gamma > 2m_e c^2$ si apre per il fotone la soglia per la produzione di coppie elettrone-positrone. La produzione di coppia non può avvenire nel vuoto $\gamma \rightarrow e^+e^-$ perché questo comporterebbe che nello stato finale i 2 elettroni si muovano alla velocità della luce. La produzione deve avvenire in presenza di un **nucleo** che assorbe l'impulso in eccesso.

Il processo può avvenire anche in presenza degli elettroni del mezzo, ma in tal caso l'energia assorbita dall'elettrone di rinculo è maggiore di quella del nucleo, riducendo quella a disposizione per la creazione di coppie:

$$\sigma_{\text{coppie}} \sim \frac{1}{x_0} \frac{A}{\rho N_A} . \quad (3.14)$$

L'analogia con l'irraggiamento è completata dall'angolo medio di emissione delle 2 particelle della coppia

$$\langle \theta \rangle \sim \frac{m_e c^2}{E_\gamma} . \quad (3.15)$$

3.4 Sciami elettromagnetici

Ad alta energia i processi dominanti nell'interazione di elettroni e fotoni con la materia sono (ad alta energia):

- **irraggiamento;**
- **produzione di coppie.**

Entrambi i processi sono regolati da una scala di lunghezza che è data dalla lunghezza di radiazione x_0 . Se consideriamo un elettrone o un fotone di alta energia che colpiscono un blocco di material con uno spessore di qualche x_0 possiamo immaginare che si sviluppi un processo di moltiplicazione per cui un fotone produce una coppia e^+e^- mentre ciascun e^+ o e^- emetterà parte della sua energia sotto forma di un ulteriore fotone. Si avrà un processo a cascata che prende il nome di **sciame elettromagnetico**. Il percorso tra un processo moltiplicativo e il successivo è dell'ordine di x_0 . I prodotti di tali processi avranno energie via via minori man mano che cresce il numero di generazioni. Quando gli elettroni ridurranno la loro energia al di sotto dell'energia critica diventeranno predominanti le

perdite per ionizzazione e il processo si arresterà. Ci aspettiamo che il fenomeno dipenda dal mezzo solo attraverso x_0 e ϵ_c . Lo sviluppo laterale dello sciame è, invece, indipendente dall'energia incidente e può essere quantificato dal **raggio di Molière**, definito come il raggio di un cilindro che contiene il 90% dell'energia dello sciame $R_M \sim 21x_0$ (lo sviluppo laterale dipende dalla diffusione coulombiana multipla).

3.5 Sciami adronici

Anche le particelle ad interazione forte danno luogo a sciami adronici (moltiplicazioni in cascata). Anche per gli sciami adronici esiste una scala di lunghezza data dalla **lunghezza d'interazione**, ossia la lunghezza tra un'interazione adronica e l'altra. Questa cresce con Z , mentre x_0 decresce, cosicché in assorbitori pesanti prevalgono gli sciami adronici, cioè sono più estesi degli sciami elettromagnetici.

FLAVIANO MORONE - FISICA NUCLEARE

Chapter 4

Rivelatori di particelle

La rivelazione del passaggio di particelle richiede un trasferimento di energia dalla particella allo strumento. La perdita per **ionizzazione** può essere sfruttata per

1. in un gas, ioni $+ e -$ possono essere rintracciati dalla corrente che ne deriva se si applica un campo elettrico (Geiger).
2. L'eccitazione di atomi può dar luogo a processi di diseccitazione radiativa con emissione di segnali ottici (scintillatore).
3. In un semiconduttore la ionizzazione comporta formazione di coppie elettrone-lacuna: su una giunzione polarizzata inversamente questo dà luogo ad una corrente elettrica che può essere raccolta e misurata.
4. Emissione di luce Cherenkov in un gas o materiale trasparente.

4.1 Rivelatori di traccia

1. **Camera a nebbia** – una rapida espansione di vapore sovrassaturo genera la formazione di goccioline di liquido intorno agli ioni prodotti dal passaggio della particella. Illuminando la camera, la traccia è visualizzata dall'insieme di goccioline.
2. **Camera a bolle, emulsioni nucleari, camera a scintille, camera a fili, camera a deriva.**

4.2 Spettrometri magnetici

La deflessione di una particella carica in campo magnetico è uno dei primi metodi utilizzati per determinare le caratteristiche delle particelle.

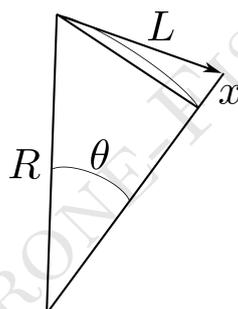
Il moto è regolato dalla forza di Lorentz:

$$\vec{f}_L = \frac{dp}{dt} = q\vec{v} \times \vec{B}. \quad (4.1)$$

Se \vec{B} è \perp a \vec{v} si ha

$$m \frac{v^2}{R} = qvB \rightarrow R = \frac{p}{qB} \rightarrow p = qBR. \quad (4.2)$$

Un rivelatore di traccia in campo magnetico permette di misurare l'impulso di una particella ed è chiamato **spettrometro magnetico**. Assumiamo che la deflessione sia piccola e avremo



$$L = R\theta, \quad x = \frac{L\theta}{2} \rightarrow R = \frac{L}{\theta} = \frac{L^2}{2x} \rightarrow p = \frac{qBL^2}{2x},$$

$$\sigma(p) = q \frac{BL^2}{2x^2} \sigma(x) \rightarrow \frac{\sigma(p)}{p} = \frac{qBL^2}{2x^2} \sigma(x) \frac{1}{qBL^2} 2x = \frac{\sigma(x)}{x}, \quad (4.3)$$

$$\frac{\sigma(p)}{p} = \frac{2p}{qBL^2} \sigma(x),$$

cioè il potere risolutivo sull'impulso è direttamente proporzionale alla risoluzione sulla posizione $\frac{\sigma(x)}{x}$ di uscita. La risoluzione peggiora linearmente all'aumentare dell'impulso da misurare.

4.3 Calorimetro elettromagnetico

E' costituito da uno scintillatore pesante (lungo un numero sufficiente di x_0 e largo qualche R_M). La scintillazione è direttamente

proporzionale all'energia totale depositata per ionizzazione e quindi all'energia incidente. Il processo di generazione del segnale è dato dalla combinazione di un gran numero di processi elementari, quindi la fluttuazione del segnale raccolto è poissoniana, proporzionale alla radice quadrata dei processi elementari.

La risoluzione relativa è

$$\frac{\sigma(E)}{E} \propto \frac{1}{\sqrt{E}}, \quad (4.4)$$

e migliora all'aumentare dell'energia.

FLAVIANO MORONE - FISICA NUCLEARE

FLAVIANO MORONE - FISICA NUCLEARE

Chapter 5

Interazioni

Le interazioni fondamentali sono: forte, debole, elettromagnetica, gravitazionale, ciascuna mediata dallo scambio di bosoni: gluoni, fotoni, bosoni W^\pm , Z , gravitoni, da parte dei fermioni: quark, elettroni, neutrini. Possiamo suddividere le particelle fondamentali in fermioni di spin $\frac{1}{2}$ che rappresentano le sorgenti dei campi di forza, e bosoni di spin 1 (bosoni di gauge) che rappresentano i mediatori delle diverse interazioni. In altre parole i campi di forza sono particelle di forza scambiate tra particelle di materia (che sono esse stesse campi di materia).

5.1 Interazione elettromagnetica

Classicamente la diffusione di elettroni su protoni è rappresentata dal processo di diffusione degli elettroni da parte del potenziale $V(r) \sim \frac{1}{r}$ del protone. In elettrodinamica quantistica l'interazione tra le cariche è mediata da un campo di bosoni, i fotoni, e la sua **intensità** è data dalla costante di accoppiamento, proporzionale al prodotto tra le cariche, moltiplicata per un termine che dipende dal quadrimpulso trasferito (**propagatore**).

Se H_i è l'hamiltoniana che descrive l'interazione, la probabilità che avvenga un processo fisico da uno stato iniziale i ad uno stato finale f è proporzionale a $|\langle f|H_i|i\rangle|^2$. Scrivendo l'hamiltoniana come $H_i = H_0 + V(\vec{r})$ e approssimando le funzioni d'onda della particella diffusa nello stato iniziale e finale con le funzioni d'onda di particella

libera otteniamo (ponendo $c = \hbar = 1$):

$$\begin{aligned}
 \langle f|H_i|i\rangle &\propto \frac{1}{4\pi} \int e^{-i\vec{p}'\cdot\vec{r}} V(\vec{r}) e^{i\vec{p}\cdot\vec{r}} dV = \frac{1}{4\pi} \int V(\vec{r}) e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} dV = \\
 &= -\frac{1}{4\pi} \int \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} dV = -\frac{\alpha}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-1}^1 d\cos\theta \int_0^\infty \frac{1}{r^2} e^{iqr\cos\theta} r^2 dr = \\
 &= -\frac{\alpha}{2iq} \int_0^\infty e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} - e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}} dr = -\frac{\alpha}{q} \int_0^\infty \sin(qr) dr, \tag{5.1}
 \end{aligned}$$

dove $\vec{q} = \vec{p} - \vec{p}'$ è l'impulso trasferito. Ora, l'integrale ha un andamento oscillante nel limite di volume infinito $V \rightarrow \infty$. D'altra parte, se pensiamo che a grandi distanze dal nucleo il campo di quest'ultimo sarà schermato da altre cariche, allora $V(r) \rightarrow 0$ prima che $r \rightarrow \infty$ e possiamo porre a zero il valore a $r = \infty$ dell'integrale definito. Quindi

$$f(q) = -\frac{\alpha}{q} \int_0^\infty \sin(qr) dr \approx -\frac{\alpha}{q^2}. \tag{5.2}$$

La sezione d'urto sarà proporzionale al modulo quadro dell'ampiezza di diffusione

$$\sigma \propto |f(q)|^2 = \left(\frac{\alpha}{q^2}\right)^2 \approx \frac{\alpha^2}{p^4 \sin^2(\theta/2)}, \tag{5.3}$$

cioè si trova il risultato del calcolo classico di Rutherford.

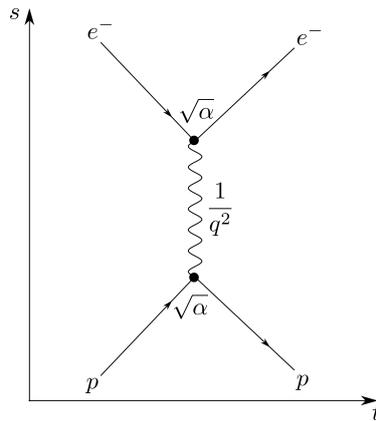


Figure 5.1: Diagramma di Feynman per la diffusione di elettrone su protone (del nucleo atomico).

Nell'interazione col protone l'elettrone devia cedendo un impulso q che viene trasportato dal fotone al protone. Le cariche di e^- e p entrano nel calcolo dell'ampiezza di diffusione attraverso α , che è la **costante di accoppiamento** dell'interazione. Nel calcolo dell'ampiezza interviene anche l'inverso del quadrato di q che è l'**impulso** trasferito dal fotone.

Le regole per il calcolo dell'ampiezza sono:

1. un vertice contribuisce all'ampiezza con un fattore $\sqrt{\alpha}$;
2. la linea interna, il **propagatore**, contribuisce con un fattore $\frac{1}{q^2}$.

Il fotone, nonostante sia il messaggero, o mediatore, della **forza elettromagnetica** è privo di carica elettrica. Inoltre ha massa nulla ed è questa proprietà che rende il raggio d'azione infinito e decrescente come $1/r$. Tuttavia il fotone non ha massa invariante nulla. Infatti se $q = p' - p = (0, \vec{p}' - \vec{p})$ è l'impulso trasferito (come sempre $M_p \gg m_e$, la diffusione è elastica, l'elettrone iniziale e finale ha la stessa energia e stesso modulo dell'impulso):

$$M_\gamma^2 = q^2 = -2p^2 + 2p^2 \cos \theta < 0 . \quad (5.4)$$

Nel caso dell'annichilazione $e^+e^- \rightarrow \bar{f}f$, se E è l'energia della coppia elettrone-positrone nel centro di massa, allora avremo

$$M_\gamma^2 = 4E^2 > 0 . \quad (5.5)$$

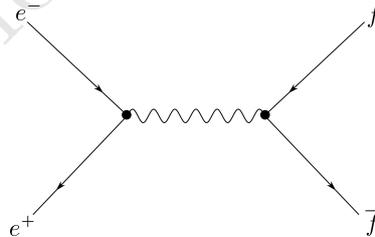


Figure 5.2: Diagramma di Feynman per l'annichilazione elettrone-positrone e la creazione di una coppia particella-antiparticella.

I propagatori rappresentano particelle virtuali (off-mass-shell), cioè particelle che non hanno la massa che avrebbero se fossero reali. Se il propagatore è orientato nella direzione in cui scorre il tempo, il modulo del quadrimpulso è **positivo** (quadrimpulso tipo **tempo**). Se è orientato nella direzione ortogonale, il modulo del quadrimpulso è **negativo** (quadrimpulso tipo **spazio**).

5.1.1 Regole dei diagrammi

1. tempo scorre \rightarrow l'asse dello spazio è orientato verso l'alto.
2. Le antiparticelle sono simbolizzate da frecce che puntano indietro nel tempo.
3. I punti dove 3 (o più) linee si incrociano sono detti **vertici**.
4. L'intensità dell'interazione tra il bosone virtuale e il fermione è chiamata costante di accoppiamento (per l'interazione elettromagnetica è proporzionale alla carica elettrica).
5. In ciascun vertice deve valere la conservazione della carica del quadrimpulso.
6. La particella scambiata è off-mass-shell: è virtuale

Lo scambio del fotone tra elettrone e protone può anche essere pensato come una emissione di un fotone da parte dell'elettrone che rincula; il fotone è assorbito poi dal protone che ne assorbe anche il quadrimpulso e devia. C'è uno scambio di energia e impulso tra elettrone e protone: si esercita una forza tra le particelle di materia come risultato dell'interazione locale tra particelle di materia campi di forza.

L'emissione di un fotone reale da parte dell'elettrone non può conservare l'energia e l'impulso. Tuttavia il principio di indeterminazione $\Delta E \Delta t \sim \hbar$ permette la **non** conservazione dell'energia per un tempo:

$$\Delta t \sim \frac{\hbar}{\Delta E} = \frac{\hbar}{E_\gamma} . \quad (5.6)$$

Quindi l'emissione o il riassorbimento di un fotone di energia E_γ da parte di un elettrone all'interno di Δt **non è misurabile**. Se

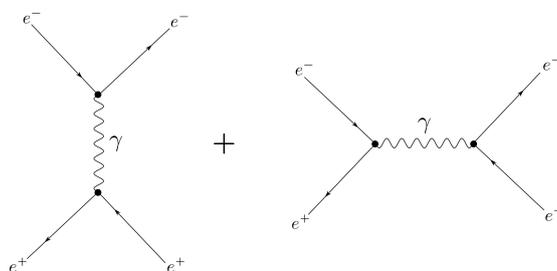
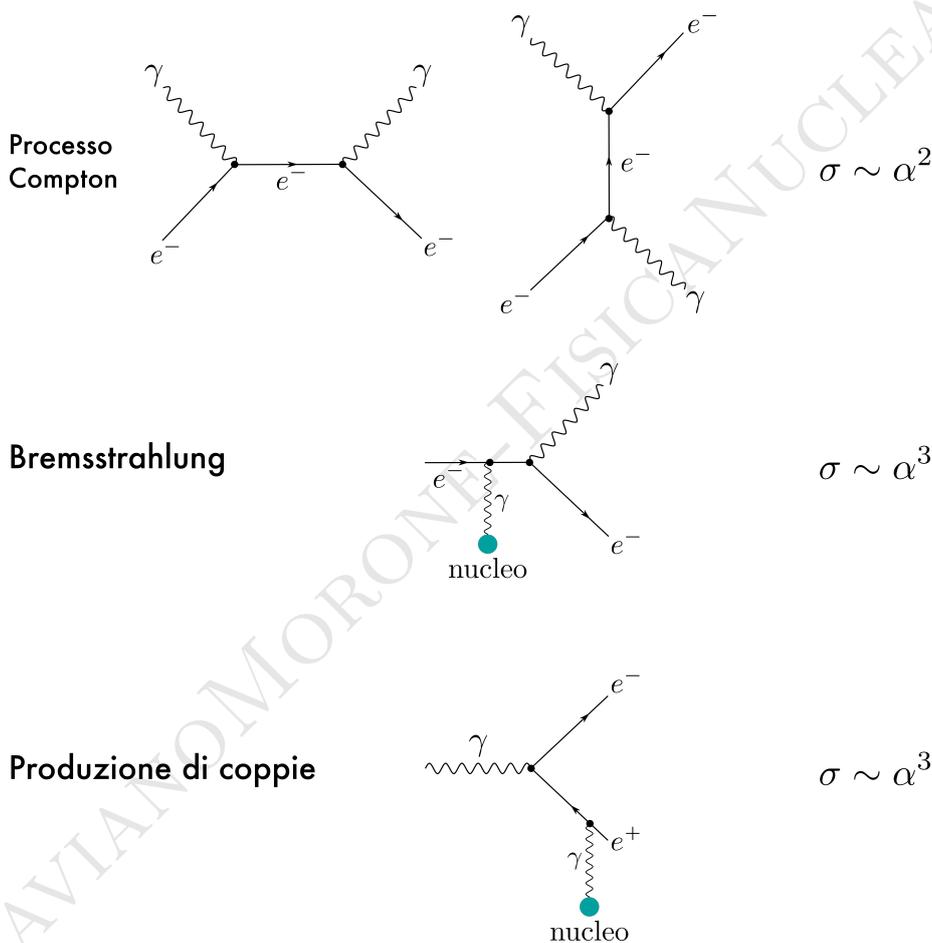


Figure 5.3

due grafici hanno lo stesso stato iniziale e finale sono indistinguibili e devono quindi essere sommati tra loro per il calcolo della probabilità totale (vedi figura 5.3).

Se un elettrone emette un fotone virtuale di energia grande esso può esistere solo per un tempo molto corto e può esercitare una forza intensa solo su un altro elettrone vicino. Un fotone virtuale di piccola energia può avere, invece, influenza su distanze più grandi ma con interazione più debole.



5.2 Range delle interazioni forti e ipotesi di Yukawa

Il fatto che i nuclei, è formato da protoni e neutroni, sono stabili dimostra l'esistenza di una forza molto più intensa di quella elettromagnetica.

Il range delle forze nucleari R è attrattivo per qualche fermi e repulsivo per $R < 10^{-1}\text{fm}$. L'interpretazione del range delle forze nucleari è stata data da Yukawa in termini di scambio tra n e p di una particella che nello stato libero venne identificata come il pione. Il modello ipotizza che la forza tra i nucleoni sia dovuta allo scambio di quanti del campo nucleare di cui i nucleoni sono le sorgenti. Il modello deve spiegare:

1. l'intensità della forza;
2. il corto raggio d'azione;
3. il fatto che le forze nucleari $p - p, p - n, n - n$ sono simili (o uguali).

La stima della massa del bosone continuamente scambiato dai nucleoni può essere fatta nel modo seguente. Se il raggio d'azione è

$$R = c\Delta t \quad \text{e} \quad \Delta E = Mc^2 \quad \rightarrow \quad \Delta E\Delta t \sim \hbar \quad \rightarrow \quad Mc^2 \sim \frac{\hbar c}{R} \sim 100 \div 200 \text{ MeV}. \quad (5.7)$$

Ora il mesone di massa M deve soddisfare l'equazione di Klein-Gordon:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = (\nabla^2 - M)\psi, \quad (5.8)$$

che in condizioni statiche diventa:

$$\nabla^2 \psi = M\psi \quad \rightarrow \quad \psi(r) = -\frac{g_s^2}{4\pi r} e^{-Mr} \quad (5.9)$$

(che va come $1/r$ per $M \rightarrow 0$).

Per analogia con il campo elettrostatico, se consideriamo un nucleone di prova in prossimità di un altro nucleone che costituisce la sorgente dei mesoni di Yukawa possiamo interpretare la soluzione dell'equazione di Klein-Gordon non solo come funzione d'onda del bosone, ma anche come il potenziale generato dalla sorgente della forza nucleare:

$$U(r) = -\frac{g_s^2}{4\pi r} e^{-Mr}, \quad (5.10)$$

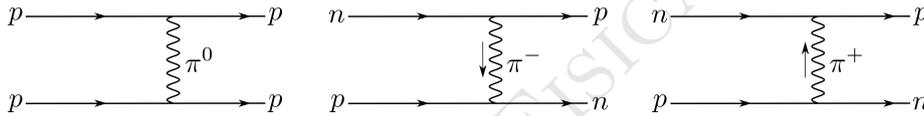
e considerare g_s come la carica nucleare. L'analogo di α sarà

$$\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi}, \quad (5.11)$$

che è la costante di accoppiamento nucleare che caratterizza l'interazione fino a distanze dell'ordine di $R = \frac{\hbar}{Mc}$ che coincide con la lunghezza d'onda Compton λ_c del mesone.

Per distanze inferiori a 10^{-1} fm il potenziale è repulsivo. Complessivamente può essere approssimato con una buca di $30 \div 40$ MeV. Poiché il mesone di Yukawa ha una massa molto simile a quella del **muone**, inizialmente fu identificato con quest'ultimo, ma fu dimostrato poi che il muone non interagisce forte con p e n . Le interazioni tra p e n derivano dallo scambio di mesoni carichi e neutri. Il protone (o neutrone) emette ed assorbe continuamente **pioni**. I pioni sono virtuali e questo impedisce loro di allontanarsi troppo dal nucleone di origine (conservazione dell'energia).

In verità i pioni sono particelle con struttura interna (stati legati di **quark** e **antiquark**) e **non sono i bosoni mediatori dell'interazione nucleare**



5.3 Evidenza dello scambio di mesoni carichi

Consideriamo la diffusione elastica neutrone-protone e stimiamo l'angolo di diffusione:

$$|\vec{p}_i| \sim |\vec{p}_f| \rightarrow \Delta p \sim p\theta, \quad (5.12)$$

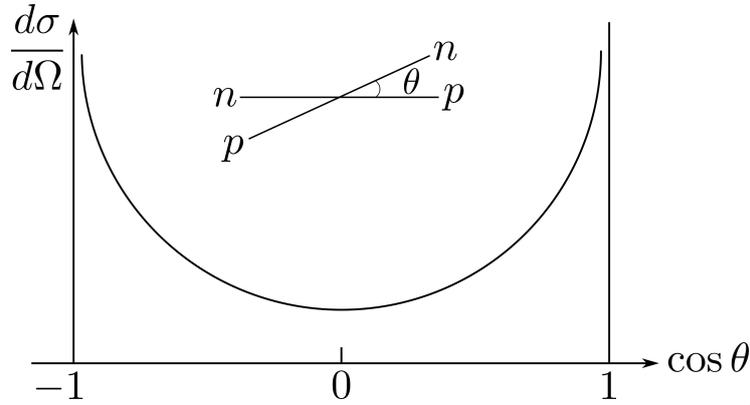
$$\Delta p = \langle f \rangle \Delta t, \quad \langle f \rangle = \frac{V_0}{R_0},$$

dove V_0 è la profondità della buca di potenziale e R_0 il raggio d'azione. Inoltre

$$\Delta \sim \frac{R_0}{v}, \quad (5.13)$$

$$\Delta p = p\theta = \frac{V_0 R_0}{R_0 v} \rightarrow \theta = \frac{V_0}{pv} = \frac{V_0}{2T},$$

dove T è l'energia cinetica del neutrone incidente. Se $100 < T < 600$ MeV, e $V_0 \approx 30$ MeV, allora si ottiene $\theta < 10^\circ$. La spiegazione di Yukawa è la seguente: si assume che il neutrone incidente si trasformi in un protone emettendo un mesone negativo e proceda



in avanti a piccolo angolo, mentre il protone, assorbendo il mesone, diventa un neutrone che procede quindi a circa 180° rispetto alla direzione incidente.

5.4 Propagatore per il potenziale di Yukawa

Consideriamo la diffusione di un pione da parte di un potenziale nucleare $V(r)$ ad un angolo θ rispetto alla direzione iniziale del pione. Sia $\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i$ l'impulso trasferito dal pione. Allora l'ampiezza di diffusione sarà

$$\begin{aligned}
 M_{fi} &\propto \frac{1}{4\pi} \int e^{i\vec{p}\cdot\vec{r}} V(r) d^3r = -\frac{\alpha_s}{4\pi} \int d\theta \int d\phi \int r^2 \frac{1}{r} e^{-Mr} dr = \\
 &= -\frac{\alpha_s}{2} \int_{-1}^1 dy \int r e^{-Mr} e^{ipry} dr = -\frac{\alpha_s}{2} \int_0^\infty r e^{-Mr} \frac{1}{ipr} (e^{ipr} - e^{-ipr}) dr = \\
 &= -\frac{\alpha_s}{2ip} \int_0^\infty e^{(ip-M)r} - e^{-(ip+M)r} dr = -\frac{\alpha_s}{2ip} \left(\frac{1}{ip-M} + \frac{1}{ip+M} \right) = \\
 &= -\frac{\alpha_s}{p^2 + M^2} .
 \end{aligned} \tag{5.14}$$

Poiché oltre all'impulso trasferito occorre considerare anche l'energia trasferita, bisogna scrivere

$$M_{fi} \propto -\frac{\alpha_s}{p_\mu p^\mu + M^2} , \tag{5.15}$$

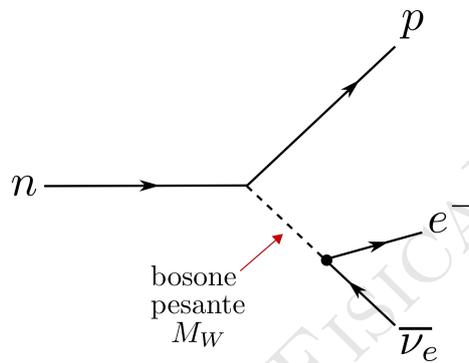
con p_μ il quadrimpulso. Il termine $\frac{1}{p^2+M^2}$ rappresenta il contributo del propagatore.

5.5 Propagatore delle interazioni deboli

Il propagatore precedente è valido per qualunque bosone intermedio dotato di massa, quindi anche per i bosoni intermedi delle interazioni deboli. Quindi ad esempio nel decadimento β l'elemento di matrice conterrà

$$M(q) = -\frac{g_W^2}{q^2 + M_w^2}, \quad (5.16)$$

dove M_W è il bosone pesante scambiato. Nel caso dei decadimenti



β i momenti trasferiti sono dell'ordine dei MeV, quindi $M_W^2 \gg q^2$ e dunque

$$M(q) = -\frac{g_W^2}{M_w^2} = G, \quad (5.17)$$

dove G è la **costante di Fermi**.

L'unificazione delle interazioni deboli e elettromagnetica richiede

$$g_W = e. \quad (5.18)$$

La differenza d'intensità a bassa energia è dovuta alla differenza tra la massa dei bosoni intermedi e la massa nulla del fotone, mentre ad alte energie

$$q^2 \gg M_W^2 \rightarrow M(q) \sim -\frac{g_W^2}{q^2}, \quad (5.19)$$

e le due interazioni hanno la stessa **intensità**.

5.6 Leggi di decadimento di nuclei e particelle instabili

Consideriamo N sistemi instabili con N sufficientemente grande e

1. i decadimenti sono indipendenti tra loro;
2. la probabilità di decadimento nell'unità di tempo è una proprietà tipica del sistema e del processo di decadimento e non dipende dal tempo in cui avviene il decadimento;
3. la probabilità di decadimento del singolo sistema non dipende da N .

Allora la probabilità di decadimento in un intervallo dt può essere scritta come

$$dP = \lambda dt , \quad (5.20)$$

dove λ è la **costante di decadimento**. La variazione del numero di sistemi nell'intervallo dt è data da

$$dN = -NdP = -N\lambda dt \rightarrow N = N_0 e^{-\lambda t} , \quad (5.21)$$

che rappresenta la legge di decadimento.

Per caratterizzare il tempo di decadimento si utilizza la vita media τ :

$$\tau = \frac{\int_0^\infty tN(t) dt}{\int_0^\infty N(t) dt} = \frac{1}{\lambda} , \quad (5.22)$$

oppure il tempo di dimezzamento $t_{1/2}$, definito come l'intervallo di tempo nel quale il numero di componenti si dimezza

$$\int_0^{t_{1/2}} \lambda N(t) dt = \int_{t_{1/2}}^\infty \lambda N(t) dt = \frac{N_0}{2} \rightarrow \boxed{t_{1/2} = \tau \log 2} . \quad (5.23)$$

In meccanica quantistica lo stato di un sistema stabile, caratterizzato da un livello di energia E_i è descritta da

$$|\psi_i(t)\rangle = |\psi_i(0)\rangle e^{-iE_i t/\hbar} , \quad (5.24)$$

per cui

$$\langle \psi_i(t) | \psi_i(t) \rangle = \langle \psi_i(0) | \psi_i(0) \rangle , \quad (5.25)$$

cioè la densità di probabilità si conserva. Se, invece, il sistema può decadere la probabilità dello stato $|i\rangle$ non si conserva. L'evoluzione temporale del sistema può essere scritta come

$$|\psi(t)\rangle = a_i(t)|i\rangle + \sum_f a_f(t)|f\rangle , \quad (5.26)$$

dove la somma è su tutti i possibili stati finali. Se vogliamo che l'ampiezza dello stato $|i\rangle$ decresca esponenzialmente nel tempo, allora $a_i(t)$ deve avere parte reale del tipo $e^{-\Gamma_i t/2\hbar}$, cosicché

$$|a_i(t)|^2 = e^{-\frac{\Gamma_i t}{\hbar}}, \quad (5.27)$$

da cui si vede che

$$\lambda = \frac{\Gamma_i}{\hbar} \rightarrow \tau = \frac{\hbar}{\Gamma_i}. \quad (5.28)$$

Γ_i si calcola con la regola d'oro di Fermi e cioè

$$\Gamma_i = \frac{\hbar}{\tau_i} = \hbar W = 2\pi |M_{fi}|^2 \delta(E_i - E_f) = 2\pi |M_{fi}|^2 \int \rho(E_f) dE_f. \quad (5.29)$$

Tanto più piccolo è τ_i , tanto più grande è Γ_i , che prende il nome di larghezza di decadimento e rappresenta l'incertezza con cui è nota l'energia dello stato **non stazionario** $|i\rangle$. La legge di decadimento diventa

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{\Gamma_i}{\hbar} t}. \quad (5.30)$$

5.7 Formula di Breit-Wigner

Ricaviamo la distribuzione di energia degli stati eccitati dei nuclei e degli adroni come conseguenza intrinseca delle caratteristiche di decadimento di uno stato quantico. La parte dipendente dal tempo dell'ampiezza di uno stato con vita media τ (nel riferimento di quiete dello stato), chiamando M_0 il valore centrale della sua massa riposo è

$$\psi_i(t) = \exp \left[-\frac{i}{\hbar} \left(M_0 c^2 - i \frac{\Gamma}{2} \right) t \right] \rightarrow |\psi_i(t)|^2 = e^{-\Gamma t/\hbar}. \quad (5.31)$$

La distribuzione in energia è data dalla trasformata di Fourier

$$\begin{aligned} \chi(Mc^2) &\sim \int_0^\infty \psi(t) e^{iMc^2 t/\hbar} dt \propto \frac{1}{(Mc^2 - M_0 c^2) + \frac{i\Gamma}{2}} \\ \rightarrow |\chi(Mc^2)|^2 &\propto \frac{1}{(Mc^2 - M_0 c^2)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}, \end{aligned} \quad (5.32)$$

che è una lorenziana con larghezza a mezza altezza uguale a Γ e valore centrale $M_0 c^2$.

Ora se il sistema può decadere in più stati finali e per ogni i il decadimento è caratterizzato da una larghezza di decadimento parziale Γ_i la larghezza totale è $\Gamma = \sum_i \Gamma_i$, mentre Γ_i/Γ è il **branching ratio** del decadimento i ed esprime la probabilità del singolo decadimento rispetto alla probabilità totale.

FLAVIANO MORONE - FISICA NUCLEARE

Chapter 6

Invarianza e simmetrie

L'evoluzione temporale di un sistema fisico è governata dall'equazione

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H} \psi . \quad (6.1)$$

La derivata di un operatore rispetto al tempo è data dal commutatore con l'hamiltoniano

$$\frac{d\hat{f}}{dt} = \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{f}] . \quad (6.2)$$

Gli operatori che rappresentano quantità conservate $\frac{d\hat{f}}{dt} = 0$ devono **commutare** con \hat{H} .

Se \hat{H} è invariante per **traslazioni** allora $\hat{H}(\vec{r} + \delta\vec{r}) = \hat{H}(\vec{r})$, cosicché se \hat{D} è l'operatore che effettua la traslazione:

$$\hat{D}\psi(\vec{r}) = \psi(\vec{r} + \delta\vec{r}) = \psi(\vec{r}) + \vec{\nabla}\psi(\vec{r}) \cdot \delta\vec{r} , \quad (6.3)$$

ed essendo

$$\hat{p} = -i\hbar\nabla \rightarrow \nabla = \frac{i}{\hbar}\hat{p} \rightarrow \hat{D} = 1 + \frac{i}{\hbar}\hat{p} \cdot \delta\vec{r} , \quad (6.4)$$

avremo

$$DH(\vec{r})\psi(\vec{r}) = H(\vec{r} + \delta\vec{r})\psi(\vec{r} + \delta\vec{r}) = H(\vec{r})D\psi(\vec{r}) , \quad (6.5)$$

cioè

$$[D, H] = 0 \rightarrow [p, H] = 0 , \quad (6.6)$$

e quindi se \hat{H} è invariante per **traslazioni** l'**impulso** si conserva. Analogamente se \hat{H} è invariante per **rotazioni** si conserva il **momento angolare**.

L'invarianza di \hat{H} sotto una determinata trasformazione sta a significare che \hat{H} è simmetrica rispetto alla trasformazione (cioè la trasformazione manda \hat{H} in se stessa). Ora la simmetria sotto queste trasformazioni implica la conservazione delle quantità fisiche che corrispondono alle trasformazioni stesse.

Se l'hamiltoniano è quello che regola l'interazione di un sistema di particelle, l'esame delle proprietà di \hat{H} permette di analizzare la conservazione dei numeri quantici nell'interazione stessa. D'altra parte l'osservazione sperimentale della conservazione o non conservazione dei numeri quantici in una certa interazione permette di studiare le proprietà dell'hamiltoniana dell'interazione stessa (ad esempio l'hamiltoniana dell'interazione forte deve essere simmetrico per rotazioni nello spazio dell'**isospin**).

6.1 Parità

Corrisponde all'operazione $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$. Non può essere ottenuto come combinazione di rotazioni ($\det = -1$).

$$P\psi(\vec{r}) = \psi(-\vec{r}) . \quad (6.7)$$

Se ψ è autostato di \hat{P} , cioè $P\psi(\vec{r}) = \lambda\psi(\vec{r})$ allora

$$P^2\psi(\vec{r}) = \lambda^2\psi(\vec{r}) = \psi(\vec{r}) \rightarrow \lambda = \pm 1. \quad (6.8)$$

Stati con $\lambda = 1$ sono detti **pari**, mentre stati con $\lambda = -1$ sono detti **dispari**. Per un sistema di più particelle con funzione d'onda $\Psi = \psi_1\psi_2 \cdots \psi_N$ avremo

$$P\Psi = \lambda_1\lambda_2 \cdots \lambda_N\Psi , \quad (6.9)$$

cioè $\lambda_T = \pm 1$ a seconda della parità delle singole particelle. La parità è un numero quantico moltiplicativo.

Se l'hamiltoniana commuta con \hat{P} allora la parità è conservata, per cui se il sistema è in uno stato di parità definita, questa parità si **conserva**. Se lo stato iniziale di una interazione il cui hamiltoniano sia simmetrico rispetto alla parità, ha cioè una parità definita, anche lo stato finale deve avere la stessa parità.

- vettori ordinari - parità negativa;
- vettori che si ottengono come $a \times b$ - parità positiva (pseudovettori);

- scalari che si ottengono come $a \cdot b$ dove a e b sono vettori o pseudovettori - parità positiva;
- scalari $a \cdot b$ con a vettore e b pseudovettore - parità negativa (pseudoscalari).

6.1.1 Parità intrinseca

Se il numero totale di particelle dello stesso tipo non cambia nell'evoluzione del sistema, il prodotto di tutte le parità intrinseche dello stato iniziale deve essere uguale al prodotto di tutte le parità intrinseche dello stato finale e non può quindi essere determinato sperimentalmente. Se invece il numero di particelle cambia perché viene prodotta una singola particella (**bosone**) o una coppia di particelle (**fermioni**) ci si può chiedere quale sia la parità intrinseca delle diverse particelle in base alle reazioni che vengono effettivamente osservate.

6.1.2 Parità dei fermioni

Poiché i fermioni devono essere sempre prodotti (o annichilati) in coppia, non è possibile determinare la parità assoluta di particelle e antiparticelle, ma solo la loro parità relativa.

La **parità relativa** di elettroni e positroni può essere determinata analizzando le annichilazioni

$$e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma, \quad (6.10)$$

dove la coppia e^+e^- si trova in uno stato detto **parapositronio**, caratterizzato dall'aver momento orbitale nullo (onda s). La parità iniziale è data da $P_{e^+}P_{e^-}$, mentre quella dello stato finale è $P_f = P_\gamma^2(-1)_{\gamma\gamma}^\ell$. Un'analisi del momento orbitale dei fotoni emessi può essere fatta attraverso la loro polarizzazione e il risultato è che $P_{e^+}P_{e^-}$ deve essere negativo. Convenzionalmente si assegna parità **positiva** al **fermione** e parità **negativa** all' **antifermione**.

6.1.3 Parità dei fotoni

La densità di carica elettrica è uno scalare, mentre l'operatore divergenza è dispari, quindi poiché $\nabla \cdot E = 4\pi\rho \rightarrow \vec{E}$ è dispari, cioè è un vettore. Inoltre ∇ è dispari e $\frac{\partial}{\partial t}$ è pari, quindi poiché $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi - \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}$, ϕ è uno scalare e \vec{A} è un vettore (dispari). Se il

potenziale vettore rappresenta il limite classico del campo del fotone, la parità intrinseca del fotone deve essere **negativa**.

6.1.4 Parità dei pioni

La parità intrinseca dei pioni fu stabilita in un esperimento che studiava l'arresto di pioni negativi su bersagli di idrogeno e deuterio. La reazione rilevante per la parità è la seguente

$$\pi^- d \rightarrow nn, \quad (6.11)$$

dove un pione è catturato negli orbitali atomici del deuterio, trasformando il protone in neutrone. Per essere assorbito il pione deve scendere verso i livelli più interni. L'assorbimento deve avvenire in un orbitale s , l'unico con probabilità ragionevole di sovrapposizione tra pione e nucleo di deuterio. Lo spin totale del deuterio è 1 così come il momento angolare totale $J = 1$. Quindi $L = 0, 2, \dots$ e dunque la parità orbitale è pari. Le parità intrinseche di p e n sono uguali, per cui la parità totale del deuterio è pari. La parità totale dello stato iniziale è quindi data dalla parità intrinseca del pione, visto che la sua parità orbitale è pari così come quella del deuterio. Nello stato finale lo spin è 1 o 0. Se fosse 0 allora $L = 0, 2$ (antisimmetria della funzione d'onda di 2 fermioni identici) e non si potrebbe mai avere $J = 1$ (conservazione del momento angolare totale). Deve essere $S = 1$ e quindi $L = 1, \dots$, cioè la parità orbitale è negativa così come la parità totale, quindi la parità del pione è **negativa**.

6.2 Simmetrie C, T

La simmetria discreta \hat{C} si ottiene sostituendo ad ogni particella la relativa antiparticella, scambiando quindi il segno della carica e degli altri numeri quantici interni (barionico, leptonico,...) e lasciando invariate le grandezze dinamiche (impulso, spin,...). L'operatore \hat{C} è hermitiano e ha autovalori ± 1 ed è un numero quantico moltiplicativo.

Nessuna particella carica può essere autostato di \hat{C} . Lo può essere (e lo è) una qualunque coppia di particella e antiparticella. L'autovalore per esse sarà ± 1 a seconda che la funzione d'onda sia simmetrica o antisimmetrica. Le particelle **neutre** possono essere o meno autostati di \hat{C} .

Il fotone è autostato di \hat{C} e ha autovalore -1 , come si deduce dal fatto che il potenziale vettore cambia segno se si scambiano tutte le cariche che generano il campo elettromagnetico. Il neutrone non è autostato, poiché è distinto della sua antiparticella. Nelle interazioni forti e elettromagnetiche si conserva \hat{C} . Una conseguenza è che il π^0 decade in 2 fotoni e infatti ha parità-C positiva, mentre non decade in 3 fotoni.

La simmetria di inversione temporale \hat{T} manda $t \rightarrow -t$ e cambia segno a tutti gli impulsi e le proiezioni del momento angolare. Non corrisponde ad alcuna osservabile. La sua conservazione è l'analogo della reversibilità della legge della meccanica, per cui se si invertono tutte le velocità delle particelle, il moto si svolge all'indietro in maniera perfettamente invertita. La reazione inversa avviene con la stessa ampiezza.

\hat{T} è conservato nelle interazioni forti e elettromagnetiche, ma non nelle deboli. Il teorema CPT implica che l'applicazione combinata $\hat{C}\hat{P}\hat{T}$ deve commutare con \hat{H} . Una conseguenza è che le masse, vite medie e momenti magnetici delle particelle devono essere uguali. Inoltre, se una reazione non conserva \hat{C} e \hat{P} , deve non conservare anche \hat{T} per conservare CPT.

Assumiamo $[H, CP] \neq 0$.

Per la conservazione di CPT $\rightarrow [H, CPT] = CP[H, T] + C[H, P]T + [H, C]PT = 0$.

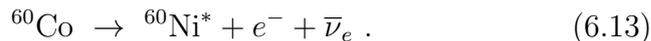
Se fosse $[H, T] = 0 \rightarrow C[H, P]T + [H, C]PT = 0 \rightarrow C[H, P] + [H, C]P = 0$,

e quindi $[H, CP] = 0$ da cui l'assurdo.

(6.12)

6.3 Esperimento del ^{60}Co : violazione della parità nei decadimenti β dei nuclei

Per provare la violazione della parità si osservarono i decadimenti del ^{60}Co a 0,01 K. A questa temperatura il campo magnetico può polarizzare una frazione considerevole di nuclei di cobalto che decadono come



Il nichel eccitato decade nello stato fondamentale attraverso una sequenza di 2 decadimenti radiativi. L'anisotropia dei fotoni emessi permette di monitorare lo stato di polarizzazione iniziale del ^{60}Co . Se la parità è conservata ci si aspetta che la distribuzione di elettroni

di decadimento rispetto alla direzione della polarizzazione originale abbia valor medio nullo. Infatti, uno stato con un elettrone diretto verso l'alto rispetto a \hat{e} del cobalto, per parità si trasforma in uno stato con elettrone diretto verso il basso con \hat{e} che rimane invariata essendo il momento angolare pseudovettore.

Se la probabilità di questi due stati è uguale allora il valor medio della proiezione dell'impulso degli elettroni lungo la direzione della polarizzazione iniziale sarà nullo.

Se la probabilità è diversa gli elettroni sono emessi preferenzialmente verso l'alto o verso il basso rispetto alla polarizzazione iniziale, cioè l'hamiltoniano dell'interazione debole **non è invariante** per parità.

Il risultato fra un'asimmetria nella distribuzione degli elettroni in direzione opposta alla polarizzazione iniziale. Questa asimmetria tendeva a scomparire man mano che il campione si scaldava in maniera perfettamente proporzionale al grado di polarizzazione misurato con i fotoni.

6.4 Isospin

E' definito come un grado di libertà interno del **nucleone** che compare in 2 possibili stati: il protone e il neutrone. La similitudine di n e p porta ad introdurre l'**isospin**. Similitudine di massa, similitudine rispetto alle interazioni nucleari e similitudine tra i livelli nucleari dei nuclei speculari, ossia quelli che si ottengono scambiando il numero di protoni con quello dei neutroni.

Le forze nucleari sono indipendenti dalla carica. In analogia con lo spin, che per fermioni può assumere 2 proiezioni $\pm\frac{1}{2}$, così il **nucleone** ha isospin $I = \frac{1}{2}$ e proiezione $I_3 = \frac{1}{2}$ per protone e $I_3 = -\frac{1}{2}$ per il neutrone.

L'isospin si combina con le stesse regole dello spin, per cui ad ogni valore I dell'isospin corrispondono $2I + 1$ valori di I_3 , cioè un multipletto di $2I + 1$ stati. As esempio np ($I_3 = 0$) può appartenere ad un singoletto o ad un tripletto.

Se abbiamo Z protoni e N neutroni in un nucleo, la proiezione totale dell'isospin è

$$I_3(\text{nucleo}) = \frac{1}{2}Z - \frac{1}{2}N = \frac{Z - N}{2} . \quad (6.14)$$

Essendo $Q = Z$ e $B = Z + N$, allora

$$Q = I_3 + \frac{B}{2}. \quad (6.15)$$

In assenza di campo magnetico che distingue le diverse proiezioni dell'isospin, l'hamiltoniano nucleare è invariante per rotazioni nello spazio dell'isospin. L'isospin è conservato nelle interazioni forti, ma non nelle interazioni elettromagnetiche e deboli.

La differenza di massa tra membri dello stesso multipletto di isospin sono da attribuirsi alle sole interazioni elettromagnetiche. In assenza di quest'ultime, neutrone e protone avrebbero stessa massa e il neutrone sarebbe stabile.

La funzione d'onda sarà allora

$$\psi = \psi_s \chi_{\text{spin}} I_{\text{isospin}}. \quad (6.16)$$

La simmetria di ψ è data dalla simmetria di $\psi_s \chi I$. Per un sistema di 2 fermioni ψ deve essere antisimmetrica. La simmetria di ψ_s è $(-1)^L$. Lo stato con spin totale $S = 0$, $|0, 0\rangle$ è un singoletto antisimmetrico. Lo stato con spin totale $S = 1$, $|1, m\rangle$ è un tripletto simmetrico.

Per l'isospin la simmetria è formalmente analoga allo spin ed è $(-1)^{I+1}$. Quindi la simmetria di ψ è $(-1)^{L+S+I} = -1$, ovvero $L + S + I = \text{dispari}$. Applicando al deutone np (cioè al nucleo di deuterio), questo stato ha $I_3 = 0$. Poichè non si osservano stati legati nn ($I_3 = -1$) o pp ($I_3 = 1$), esso deve essere uno stato di singoletto, da cui $I = 0$ e dunque $L + S = \text{dispari}$. Per lo stato fondamentale $L = 0$, e quindi $S = \text{dispari} = 1$, che è verificato sperimentalmente.

6.5 Risonanze adroniche

Le particelle che decadono forte hanno una vita media molto breve ($\sim 10^{-23}$ s) e non lasciano traccia nei rivelatori. Come si determina la **vita media**?

In base al principio di indeterminazione, una vita media breve implica indeterminazione nell'energia dello stato, cioè diverse misure della massa di queste particelle daranno valori diversi. La distribuzione di massa deve avere l'andamento Breit-Wigner, quindi da una misura della larghezza della distribuzione di massa si ricava anche il valore della vita media.

Le risonanze possono essere osservate attraverso due processi:

1. in formazione;
2. in produzione.

In formazione, il proiettile e il bersaglio hanno l'energia e i numeri quantici necessari per la formazione della risonanza.

In produzione, il bersaglio scambia col proiettile una particella virtuale con i numeri quantici necessari. Nello stato finale saranno presenti i prodotti di decadimento della risonanza e il bersaglio modificato nei suoi numeri quantici dall'emissione della particella virtuale.

Le risonanze mesoniche sono osservate solo in produzione perché non esistono bersagli di mesoni.

Le risonanze in formazione sono più facili da osservare in quanto richiedono l'osservazione del picco nella sezione d'urto proiettile-bersaglio e l'andamento della σ in funzione dell'energia E nel centro di massa permette di ricavare massa e larghezza della risonanza.

In produzione occorre determinare lo spettro di massa invariante dei prodotti di decadimento, cioè la determinazione cinematica completa dello stato finale e l'identificazione delle diverse particelle in esso.

6.6 Modello a quark - simmetria $SU(3)$

- Pioni - tripletto di isospin.
- Kaoni - doppietto di isospin, ma non vale $Q = I_3 + B/2$. Vale invece

$$Q = I_3 + \frac{B + S}{2} = I_3 + \frac{Y}{2}, \quad (6.17)$$

dove $Y = B + S$ è l'ipercarica.

Il modello consiste nell'identificazione della rappresentazione fondamentale di $SU(3)$ ($3 \times \bar{3}$) con un insieme di $3 + 3$ costituenti fondamentali degli adroni: i quark (che sono fermioni).

up - down	doppietto di ISOSPIN	$I = 1/2$	stranezza = 0
strange	singoletto di ISOSPIN	$I = 0$	stranezza = -1

(6.18)

- Barioni - 3 quark.
- Mesoni - coppia quark-antiquark

	I_3	Y	
u	$1/2$	$1/3$	(6.19)
d	$-1/2$	$1/3$	
s	0	$-2/3$	

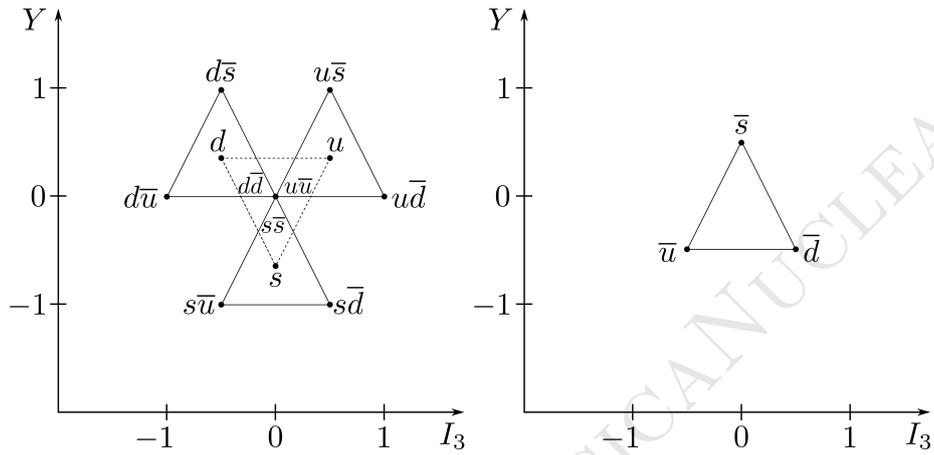


Figure 6.1: Costruzione grafica dei mesoni.

- Quark - parità positiva.
- Antiquark - parità negativa.
- Barioni - parità positiva.
- Mesoni - parità negativa.

FLAVIANO MORONE - FISICA NUCLEARE

Chapter 7

Acceleratori di particelle

Un acceleratore è un dispositivo nel quale il campo elettrico è utilizzato per variare l'energia di una particella carica.

7.1 Ciclotrone

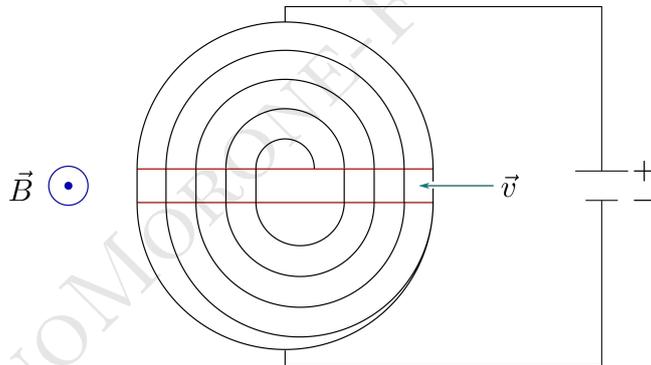


Figure 7.1

Il tempo per descrivere una semicirconferenza nel ciclotrone è

$$t = \frac{\pi r}{v} = \frac{\pi p}{v q B} = \frac{\pi m}{q B}, \quad (7.1)$$

da cui otteniamo la frequenza di ciclotrone:

$$\nu_c = \frac{1}{2t} = \frac{q B}{2\pi m}. \quad (7.2)$$

Quando la particella arriva tra le piastre viene accelerata, poi entra nelle semicirconferenze e la traiettoria viene curvata da B . Il

tempo di percorrenza non dipende dalla velocità, quindi la semicirconfenza è percorsa sempre nello stesso tempo. La differenza di potenziale è invertita con una frequenza $\nu_c = 1/2t$. La particella nei passaggi successivi continuerà a trovarsi in fase con la differenza di potenziale e verrà continuamente accelerata finché il raggio non supera quello del magnete e quindi viene espulsa.

Relativisticamente

$$\nu_c = \frac{qB}{2\pi m\gamma}, \quad (7.3)$$

poiché $p = mv\gamma$. Il limite energetico è

$$pc = 0.3BR, \quad B = 1\text{T e } R = 1\text{m} \rightarrow p = 300 \frac{\text{MeV}}{c}. \quad (7.4)$$

7.2 Sincrotrone

Il campo magnetico varia proporzionalmente a γ , quindi quando le particelle sono relativistiche $B \propto p$ e il raggio della traiettoria è costante.

7.3 Neutrini

Consideriamo il decadimento

$${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+1} X + e^-. \quad (7.5)$$

Se si trascura l'energia cinetica associata al **rinculo** del nucleo Y avremo:

$$E_e \sim (M_X - M_Y)c^2. \quad (7.6)$$

Ma così non si conserva l'energia (e l'impulso) e non si conserva la statistica: X e Y hanno lo stesso numero di nucleoni. Inoltre, non si può avere un solo fermione nello stato finale.

Se X e Y sono **bosoni**, allora il momento angolare totale è intero, e se X e Y sono **fermioni** il momento angolare totale è semiintero: in entrambi i casi non si conserva il momento angolare (inoltre l'energia mancante non è del fotone che ha **spin** 1).

La particella mancante si chiama **neutrino**.

7.4 Teoria di Fermi

$$\begin{aligned}
 \beta^- &: & \frac{A}{Z}X &\rightarrow \frac{A}{Z+1}Y + e^- + \bar{\nu} \\
 \beta^+ &: & \frac{A}{Z}X &\rightarrow \frac{A}{Z-1}Y + e^+ + \nu \\
 \text{cattura elettrica} &: & e^- + \frac{A}{Z}X &\rightarrow \frac{A}{Z-1}Y + \nu
 \end{aligned} \tag{7.7}$$

Fermi propose per il decadimento β un tipo di interazione basato su una teoria di campo nella quale le particelle emesse non sono presenti nel nucleo prima della loro emissione, ma vengono create al momento del decadimento mediante un'interazione di contatto a quattro fermioni, cosicché nel calcolo della probabilità di decadimento non compare nessun termine associato ad un **propagatore** dell'interazione.

$$\begin{aligned}
 \text{Stato iniziale} & \quad \psi_i = \psi_n \\
 \text{Stato finale} & \quad \psi_f = \psi_e \psi_p \psi_\nu
 \end{aligned} \tag{7.8}$$

L'ampiezza di transizione è

$$H_{fi} = \langle f | H_{\text{int}} | i \rangle = \int \psi_e^* \psi_p^* \psi_\nu^* H \psi_n dV = G_F \int \psi_e^* \psi_p^* \psi_\nu^* \psi_n dv, \tag{7.9}$$

dove G_F è la costante di Fermi che caratterizza l'intensità dell'interazione e v è il volume nucleare. Le funzioni d'onda della parte nucleare dipenderanno dal tipo di nucleo: ψ_i^N, ψ_f^N . Il neutrino e l'elettrone non hanno interazione nucleare, per cui possiamo assumere che le loro funzioni d'onda siano **onde piane** normalizzate in Ω :

$$\psi_e = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} e^{i\vec{p}\cdot\vec{r}/\hbar}, \quad \psi_\nu = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}/\hbar}. \tag{7.10}$$

D'altra parte energie e impulsi devono essere dell'ordine delle transizioni nucleari, cioè $\sim \text{MeV}$, e le posizioni in Ω dell'ordine dei fermi, cosicché la quantità $|\vec{p}\cdot\vec{r}/\hbar| \ll 1$, e quindi

$$\psi_e \psi_\nu \sim \frac{1}{\Omega} \left[1 + \frac{i(\vec{p} + \vec{q}) \cdot \vec{r}}{\hbar} + \dots \right], \tag{7.11}$$

dove il primo termine è l'onda s (transizioni permesse), il secondo è l'emissione di una coppia di leptoni con $\ell \neq 0$ corrispondente ad una variazione del momento angolare dei nuclei (transizioni proibite). Considerando solo le transizioni permesse avremo

$$H_{fi} = \frac{G_F}{\Omega} \int \psi_f^{N*} \psi_i^N d\Omega = \frac{G_F M_{fi}}{\Omega}, \tag{7.12}$$

dove M_{fi} è l'elemento di matrice dell'interazione nucleare che dipende dalla **natura** dei nuclei coinvolti, ma non dalle energie dei leptoni.

FLAVIANO MORONE - FISICA NUCLEARE

Chapter 8

Disintegrazione di mesoni negativi (π^-)

Yukawa, dal range delle forze nucleari, risalì alla massa del loro mediatore:

$$\Delta E \Delta t \sim mc^2 \frac{R}{c} \sim \hbar \rightarrow m \sim \frac{\hbar}{Rc} . \quad (8.1)$$

Tomonaga e Araki mostrarono che, a causa del campo coulombiano del nucleo, la probabilità di cattura per **mesoni negativi** a riposo sarebbe molto più grande della loro probabilità di decadimento, mentre per mesoni positivi dovrebbe accadere l'opposto. Se questo fosse vero allora praticamente tutti i processi di decadimento che si osservano dovrebbero essere ricondotti a mesoni positivi. Cioè per **mesoni positivi** (respinti elettrostaticamente dal nucleo) la probabilità di cattura prima del decadimento è trascurabilmente piccola, mentre per i mesoni negativi questa probabilità è sempre sensibilmente maggiore di quella di decadimento.

8.1 Esperimento di Conversi, Pancini, Piccioni

- I magneti vennero impiegati per separare i **mesoni negativi** da quelli **positivi**. Questi mesoni a fine percorso finivano nel materiale assorbente, **ferro**, o successivamente **carbonio**.
- I contatori (Geiger) A e B rivelavano l'arrivo dei **mesoni**. Alcuni di essi, quelli che vi arrivano alla fine del loro percorso, si fermano nell'**assorbitore**.

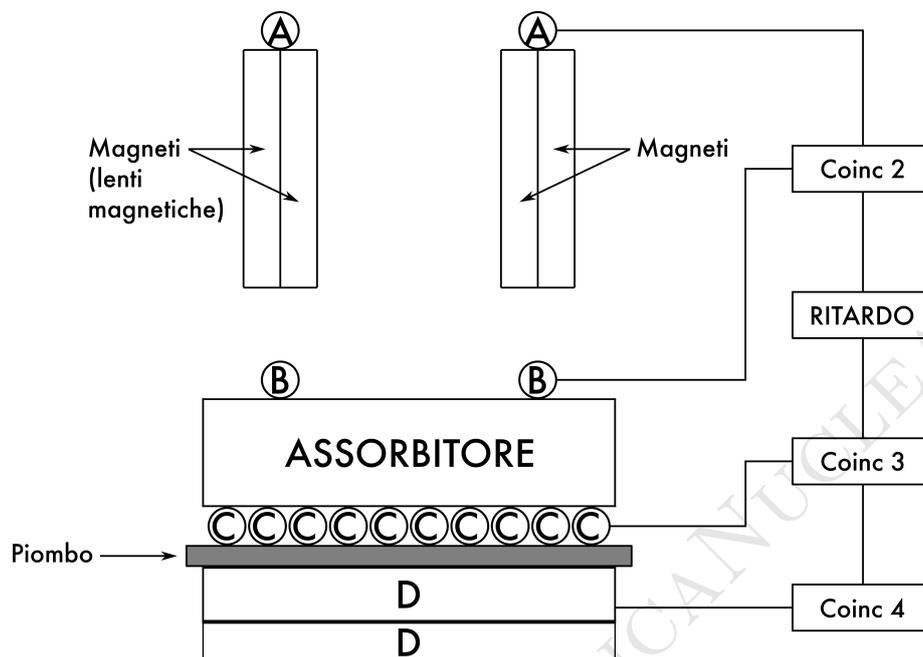


Figure 8.1: Apparato sperimentale dell'esperimento di Conversi, Pancini e Piccioni.

- Nell'**assorbitore** i **mesoni positivi**, che non possono avvicinare il **nucleo di ferro**, si disintegrano.
- Il ritardo degli elettroni di disintegrazione viene misurato con i contatori C.
- I **mesoni negativi** non si disintegrano, perché vengono riasorbiti dal nucleo di **ferro**.
- Quando invece del ferro si mise come assorbitore uno spessore di carbonio si vide che i mesoni negativi non venivano catturati dal nucleo del carbonio. Essi, invece, avrebbero dovuto essere catturati all'interno di esso.

8.1.1 Metodo delle coincidenze ritardate

Se il **mesone** si ferma nell'assorbitore ed emette un elettrone si ha una coincidenza ritardata.

Utilizzando un assorbitore di 3 cm di ferro le previsioni di Tomonaga e Araki sembravano essere confermate sperimentalmente. Infatti, selezionando i mesoni positivi si registrarono 33 coincidenze

ritardate per 100 ore, mentre per quelli negativi 7 coincidenze ritardate per 100 ore.

La differenza tra *III* e *IV* era dovuta a mesoni che si fermavano nell'assorbitore ed espellevano un elettrone nella disintegrazione che produceva una coincidenza ritardata.

Nel caso di un assorbitore di Fe di 5 cm si registrarono

$$\begin{array}{rcl} 67 & \frac{\text{coinc}}{100 \text{ ore}} & \text{mesoni+} \\ 3 & \frac{\text{coinc}}{100 \text{ ore}} & \text{mesoni-} \end{array} \quad (8.2)$$

che confermava la teoria.

Il risultato con un assorbitore di carbonio dava

$$\begin{array}{rcl} 36 & \frac{\text{coinc}}{100 \text{ ore}} & \text{mesoni+} \\ 27 & \frac{\text{coinc}}{100 \text{ ore}} & \text{mesoni-} \end{array} \quad (8.3)$$

che era inconsistente con le predizioni di Araki e Tomonaga. Furono usate barre di grafite cilindriche di spessore effettivo 4 cm. Nel caso di mesoni negativi fu posto sulla grafite un piatto di ferro di spessore 5 cm per evitare lo scattering di mesoni di energia molto bassa che poteva distruggere l'effetto del magnete. Furono alternate le seguenti 3 misure:

1. mesoni negativi con 4 cm C e 5 cm Fe;
2. mesoni negativi con 6,2 cm Fe (approssimativamente uguale a 4 cm C + 5 cm Fe finché si considera la perdita di energia);
3. mesoni positivi con 4 cm C.

Il confronto fra 1) e 2) dà la differenza nel comportamento tra Fe e C una volta stabilito il fatto che praticamente nessun elettrone di disintegrazione proveniva da mesoni negativi nei 5 cm di ferro. Il confronto tra 1) e 3) dava la differenza nel comportamento tra mesoni positivi negativi nel C:

$$\begin{array}{rcl} + & 4\text{cm C} & 36 \frac{\text{coinc}}{100 \text{ ore}} \\ - & 4\text{cm C} + 5\text{cm Fe} & 27 \frac{\text{coinc}}{100 \text{ ore}} \\ - & 6,2\text{cm Fe} & 0 \frac{\text{coinc}}{100 \text{ ore}} \end{array} \quad (8.4)$$

I calcoli di Araki e Tomonaga danno per il carbonio un rapporto tra cattura e probabilità di decadimento per mesoni negativi molto più grande.

E' possibile che una dipendenza opportuna della sezione d'urto σ_c della cattura dalla carica nucleare Z possa spiegare questi risultati. In ogni caso se il rapporto cattura/decadimento dipendesse dalla densità, allora questa dipendenza sarebbe molto irregolare, poiché doveva spiegare esperimenti fatti in camere a nebbia che mostravano mesoni negativi fermati nella camera senza alcun elettrone di decadimento (Perkins - emulsioni azoto, carbonio o ossigeno).

Lattes, Powell e Occhialini osservarono una catena completa che permetteva di identificare due particelle distinte che decadevano l'una nell'altra. La prima, il pione, si comportava come il mesone di Yukawa:

1. pione negativo catturato;
2. pione positivo che decadeva in un muone che non partecipava all'interazione forte

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu . \quad (8.5)$$

Il comportamento dei muoni negativi in presenza di nuclei pesanti può effettivamente essere spiegato come un processo di cattura nucleare (come per gli elettroni):

$$\mu^- + p \rightarrow n + \nu_\mu , \quad (8.6)$$

con $\sigma_c \propto Z^4$, cioè molto maggiore per elementi pesanti.